

Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение
«Средняя общеобразовательная школа №1»

Рабочая программа

Решение задач с модулем и параметром

Элективный курс
для учащихся 10 классов

Составители: Рудковская Г.М.,
Васильева Н.И.,
учителя математики

Обсуждено на заседании
методического объединения
протокол № 1
От «28» 08 2019 г.
Руководитель ШМО тп

Утверждено педагогическим
советом
Протокол № 2
От «02» сентября 2019 г.

Березовский
2019

Пояснительная записка

Целью профильного обучения, как одного из направлений модернизации математического образования является обеспечение углубленного изучения предмета и подготовка учащихся к продолжению образования. Основным направлением модернизации математического школьного образования является отработка механизмов итоговой аттестации через введение единого государственного экзамена. В заданиях ЕГЭ по математике с развернутым ответом (часть С), а также с кратким ответом (часть В), встречаются задачи с параметрами. Появление таких заданий на экзаменах далеко не случайно, т.к. с их помощью проверяется техника владения формулами элементарной математики и методами решения уравнений и неравенств, умение выстраивать логическую цепочку рассуждений и математическая культура учащихся. В то же время, решению задач с параметрами в школьной программе уделяется мало внимания. Большинство учащихся либо вовсе не справляются с такими задачами, либо приводят громоздкие выкладки. Причиной этого является отсутствие системы заданий по данной теме в школьных учебниках. В связи с этим возникла необходимость в разработке и проведении данного профильного элективного курса.

Элективный курс знакомит учащихся с функционально-графическими методами решения алгебраических задач, успешно развивает логическое мышление, умение найти среди множества способов решения тот, который комфортен для ученика и рационален. Решение уравнений, неравенств и систем с параметрами и модулем открывает перед учащимися значительное число эвристических приемов общего характера, ценных для математического развития личности, применяемых в исследованиях и на любом другом математическом материале.

Преподавание элективного курса строится как углубленное изучение вопросов, предусмотренных программой основного курса. Углубление реализуется на базе обучения методам и приемам решения математических задач, развивающих научно-теоретическое и алгоритмическое мышление.

Результативность: элективный курс прошел апробацию в течение трех лет на базе профильных курсов естественно - научного направления. Учащиеся, посещавшие профильные курсы, приходили на уроки по желанию. В процессе работы ученики выдержав дополнительной нагрузки и уровня сложности рассматриваемых задач, весьма успешно сдали ЕГЭ, получили оценку «4» и «5» набрав при этом от 70 и более баллов.

Программа профильного курса «Функционально-графический подход к решению задач с параметром и модулем» предназначена для использования в учебно - воспитательном процессе в общеобразовательных учреждениях.

Краткая программа элективного курса по математике:

СОДЕРЖАНИЕ ЭЛЕКТИВНОГО КУРСА

Тема 1. Понятие модуля. Решение уравнений по определению модуля (2 часа).

Что такое модуль числа? Модули и расстояния. Освобождение от модулей в уравнениях. Методы решения уравнений содержащих несколько модулей. Параллельное раскрытие модулей. Метод интервалов в задачах с модулями. Модули и квадраты.

Тема 2. Построение графиков, содержащих знак модуля (2 часа).

Графики элементарных функций, содержащие знак модуля, как у аргумента, так и у функции; двойные модули; графики уравнений и соответствий, содержащие знак модуля. Знакомство и работа с компьютерными программами для построения графиков.

Тема 3. Решение уравнений с переходом к системе или совокупности уравнений (3 часа).

Рациональные уравнения, однородные уравнения, симметрические уравнения, возвратные уравнения. Иррациональные уравнения: простейшие, уравнения с несколькими радикалами, полные квадраты под знаком радикала, домножение на сопряженное, замена переменной, посторонние корни, применение свойств функций. Показательные и логарифмические уравнения, тригонометрические уравнения, сводящиеся к квадратным.

Тема 4. Рациональные неравенства с модулем. Обобщенный метод интервалов (2 часа).

Решение неравенств методом интервалов. Неравенства с одним модулем. Освобождение от модуля в неравенствах. Способы решения рациональных неравенств: разложение на множители, выделение полного квадрата, приведение к общему знаменателю и алгебраическое сложение дробей и т.д.

Тема 5. Простейшие задачи с параметрами (1 час).

Понятие параметра. Две основных формы постановки задачи с параметром. Графическая интерпретация задачи с параметром. Методы решения простейших задач с параметрами.

Тема 6. Задачи с параметром, сводящиеся к использованию квадратного трехчлена (2 часа).

Условия существования корней квадратного трехчлена. Знаки корней. Расположение корней квадратного трехчлена относительно точки, отрезка. Графическая интерпретация.

Тема 7. Использование графических иллюстраций в задачах с параметрами (2 часа).

Решение задач с помощью построения графиков левой и правой части уравнения или неравенства и “считывания” нужной информации с рисунка. Область определения. Множество значений. Четность. Монотонность. Периодичность. Симметрия графика относительно начала координат или оси ординат в зависимости от четности функции.

Тема 8. Приемы составления задач с параметрами, используя графики различных соответствий и уравнений. (1 час).

Демонстрация приёма составления задач с параметром методом “от картинки к задаче”.

Тема 9. Использование ограниченности функций, входящих в левую и правую части уравнений и неравенств (2 часа).

Применение метода оценки левой и правой частей, входящих в уравнение или неравенство. “Полезные неравенства”: сумма двух взаимно обратных чисел, неравенство для суммы синуса и косинуса одного аргумента, неравенство между средним арифметическим и средним геометрическим положительных чисел.

Тема10. Метод приведения к уравнению относительно неизвестной x с параметром y (2 часа).

Основные приемы решения уравнений: тождественные преобразования, замена переменной. Равносильность уравнений. Исключение “посторонних” корней. Приемы решения рациональных, иррациональных, показательных и логарифмических уравнений.

Тема 11. Графический способ решения уравнений и неравенств (2 часа).

Работа по построению графиков с помощью компьютерных программ Advanced Grapher, школьный графопостроитель – 1С, Математика + от AV.

Тема 12. Сочетание графического и алгебраического методов решения уравнений (2 часа).

Основные приемы решения систем уравнений и неравенств: подстановка, алгебраическое сложение, введение новых переменных. Системы неравенств с одной и двумя переменными. Сравнение графического и алгебраического способов решения уравнений и неравенств. Уравнения, неравенства и системы с параметрами, их решение и исследование.

Тема 13. Использование производной при решении задач с параметрами. Задачи на максимум и минимум (2 часа).

Производная сложной функции. Производная и касательная. Вторая производная. Исследование функций с помощью производной. Применение производной при решении задач с параметрами. Задачи на максимум и минимум.

Тема14. Комбинированные задачи с модулем и параметрами.

Обобщенный метод областей (4 часа). Перенос метода интервалов с прямой на плоскость. Обобщенный метод областей. Нахождение площади фигур, ограниченных неравенством. Применение метода областей к решению уравнений и неравенств с параметрами и модулем, и их комбинации.

Тема15. Нетрадиционные задачи. Задачи группы "С" из ЕГЭ (6 часов).

Использование экстремальных свойств рассматриваемых функций. Нестандартные по формулировке задачи, связанные с уравнениями или неравенствами. Задачи с параметром. От общего к частному и обратно. Задачи с: логическим содержанием. Практикум по решению задач, относящихся к группе “С”, входящих в контрольно измерительные материалы ЕГЭ прошлых лет. Разбор методов и способов решения заданий.

Задачи для самостоятельного решения

1. При каких значениях параметра m неравенство $m x^2 - 2(m+3)x + m < 0$ верно при всех x , удовлетворяющих условию $-2 \leq x \leq 1$?

Ответ. $m \in (-\infty - 1,5]$.

2. Найти все значения параметра a , при которых оба корня уравнения $(a-1)x^2 + (a+1)x + 2a-1 = 0$ будут меньше 1.

Ответ. $a \in \left[\frac{7 - \sqrt{28}}{7}; 1 \right)$.

3. При каких значениях параметра a все корни уравнения $3ax^2 + (3a^3 - 12a^2 - 1)x - a(a-4) = 0$ удовлетворяют условию $|x| < 1$?

Ответ. $a \in \{0\} \cup (2 + \sqrt{3}; 2 + \sqrt{5})$.

4. При каких значениях параметра a каждое решение неравенства $4x^2 + 8x + 3 < 0$ содержится среди решений неравенства $2ax^2 - (7a-4)x - 14 < 0$?

Ответ. $a \in [4; +\infty)$.

5. При каких значениях параметра a всякое решение неравенства $x^2 - 3x + 2 < 0$ будет одновременно решением неравенства $ax^2 + (3a+1)x + 3 > 0$?

Ответ. $a \in \left(-\infty; \frac{1}{2} \right]$.

6. При каких действительных значениях параметра k все решения неравенства $(k-1)x^2 + (k^2 - 2k + 2)x + k - 1 > 0$ положительны и меньше 2?

Ответ. $k \in (-1; 0) \cup \left(0; \frac{1}{2} \right)$.

7. При каких значениях параметра a система неравенств $\begin{cases} x^2 - (a+1)x + a < 0, \\ x^2 + (a+3)x + 3a < 0 \end{cases}$ имеет решение?

Ответ. $a \in (-\infty; 0)$.

8. Определите все значения параметра k так, чтобы один из корней уравнения $x^2 - 2\log_k(k+1) \cdot x + \log_k(k-4) = 0$ был меньше 0, а другой – больше 1.

Ответ. $k \in (4; 5)$.

9. Пусть уравнение $(a-2)x^2 - 2(a+3)x + 4a = 0$ имеет корни x_1, x_2 . Найти все значения параметра a , такие, что x_1 и x_2 удовлетворяют условию $x_1 < 2 < 3 < x_2$.

Ответ. $a \in (2; 5)$.

10. Найти все значения a , при которых больший корень уравнения $(a-1)x^2 + 2x + 1 = 0$ больше 100.

Ответ. $a \in (0,9799;1)$.

11. Найти все значения параметра a , при которых все корни уравнения $(2-1)x^2 - 3ax + 2a = 0$ больше $\frac{1}{2}$.

$$a \in \left[\frac{16}{17}; 2 \right].$$

Ответ.

12. Найти все значения параметра m , при которых множество решений неравенства $-1 < 2x < 0$ принадлежит множеству решений неравенства $mx^2 - 2(m-3)x + m - 1 > 0$.

$$m \in \left(\frac{16}{9}; +\infty \right).$$

Ответ.

13. Найти все значения параметра k , при которых неравенство $\frac{3}{x+1} > 1$ имеет своим следствием неравенство $(k+1)x^2 - (3k+4)x + 3 > 0$.

$$k \in \left[-2; -\frac{1}{2} \right].$$

Ответ.

14. Найти все значения параметра m , при которых множество решений неравенства $mx^2 + 2(m-2)x + m - 5 > 0$ является подмножеством множества решений неравенства $x^2 - 3x + 2 > 0$.

$$m \in \left(-\infty; \frac{13}{19} \right].$$

Ответ.

Учебно – тематический план элективного курса

(1 час в неделю)

| № п/п | Название темы | Количество часов |
|----------|---|---------------------|
| 1 | Понятие модуля. Решение уравнений по определению модуля. | 2 ч |
| 2 | Построение графиков, содержащих знак модуля | 2 ч |
| 3 | Решение уравнений с переходом к системе или совокупности уравнений. | 3 ч |
| 4 | Рациональные неравенства с модулем. Обобщенный метод интервалов. | 2 ч |
| 5 | Простейшие задачи с параметрами. | 1 ч |
| 6 | Задачи с параметром, сводящиеся к использованию квадратного трехчлена. | 2 ч |
| 7 | Использование графических иллюстраций в задачах с параметрами. | 2 ч |
| 8 | Приемы составления задач с параметрами, используя графики различных соответствий и уравнений. | 1 ч |
| 9 | Использование ограниченности функций, входящих в левую и правую части уравнений и неравенств. | 2 ч |
| 10 | Метод приведения к уравнению относительно неизвестной x с параметром u . | 2 ч |
| 11 | Графический способ решения уравнений и неравенств. | 2 ч |
| 12 | Сочетание графического и алгебраического методов решения уравнений. | 2 ч |
| 13 | Использование производной при решении задач с параметрами. Задачи на максимум и минимум. | 2 ч |
| 14 | Комбинированные задачи с модулем и параметрами. Обобщенный метод областей. | 4 ч |
| 15 | Нетрадиционные задачи. Задачи группы "С" из ЕГЭ. | 6 ч |
| | Итого: | 35ч |

ЛИТЕРАТУРА:

1. Горнштейн П.И., Полонский В. Б., Якир М.С. Задачи с параметрами.
2. Шарьгин И.Ф. Факультативный курс по математике "Решение задач" (10 класс).
3. Шарьгин И.Ф., Голубев В. И. Факультативный курс по математике "Решение задач" (11 класс).
4. Кухарчик П.Д., Федосенко В.С., Сборник конкурсных задач по математике. М., Наука, 1986.
5. Задачи по математике. Уравнения и неравенства. Справочное пособие./ Вавилов В.В., Мельников И.И., Олехник С.Н., Пасиченко П.И. –М.: Наука; 1987.
6. Черкасов О.Ю., Якушев А.Г. "Математика: интенсивный курс подготовки к экзамену". – 6-е изд., испр. и доп. – М.: Рольф, 2002. – (Домашний репетитор)
7. Балаян Э.Н. Математика. Сам себе репетитор. Задачи повышенной сложности. Серия "Абитуриент", Ростов-на-Дону: Изд-во "Феникс", 2004.

Презентация